Prof. Dr. Alfred Toth

Positionskonstanz von Zeichenzahlen

1. Bekanntlich hatte Bense gezeigt, daß die von ihm eingeführte Menge von Zeichenzahlen bzw. "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

P = (1, 2, 3)

die Peano-Axiome erfüllt (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.). Dies gilt nun allerdings nicht von der durch kartesische Produktbildung aus P × P gewonnenen Menge der sog. Subzeichen

S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2., 2.3, 3.1, 3.2, 3.3),

denn diese können als Punkte eines doppelt positiven Quadranten eines Zahlenfeldes und somit als komplexe Zeichenzahlen aufgefaßt werden, die damit überhaupt nicht linear angeordnet werden können (vgl. Toth 2008, S. 52 ff.).

2. Wenn wir als Beispiel die Zeichenklasse

Zkl = (3.2, 2.2, 1.3)

nehmen, dann wird ihre Realitätsthematik vermöge Bense (1975, S. 100 ff.) durch Dualisation gewonnen

Rth = ×Zkl = ×(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 2.3).

Es gibt allerdings keine semiotische definierte Operation, welche die Elemente von S, nicht aber diejenigen von P umkehrt, d.h. wir müssen hier die Konversion von Zkl wie folgt einführen

Zkl^{-1} = $(3.2, 2.2, 1.3)^{-1}$ = (1.3, 2.2, 3.2),

und damit fallen Dualisation und Konversion nicht mehr wie bisher zusammen, denn wir können nun natürlich auch Zkl^{-1} wiederum dualisieren

×Zkl^{-1} = ×(1.3, 2.2, 3.2) = (2.3, 2.2, 3.1) und erhalten somit für jede Zeichenklasse der allgemeinen Form Zkl = (3.x, 2.y 1.z) ein Quadrupel der Form

$$\mathrm{Zkl} = (3.x, 2.y, 1.z) \qquad \mathrm{Zkl}^{-1} = (1.z, 2.y, 3.x)$$

$$\times\mathrm{Zkl} = (z.1, y.2, x.3) \qquad \times\mathrm{Zkl}^{-1} = (x.3, y.2, z.1),$$

und wie man sieht, sind alle vier Zeichenrelationen paarweise verschieden.

3. Trägt man wie bisher üblich Zeichenklasse und Realitätsthematik in die semiotische Matrix ein, so verhalten sich die Matrizen für Zkl und Rth wie Transpositionen voneinander, d.h. wir bekommen für unser Beispiel

$$\begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & \underline{1.3} \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.1 & \underline{3.2} & 3.3 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & \underline{2.2} & \underline{2.3} \\ \underline{3.1} & 3.2 & 3.3. \end{array}$$

Für dieses Verfahren gilt somit Positionskonstanz der semiotischen Matrizen, aber nicht der Zeichenzahlen. Wenn wir hingegen die letzteren als konstant setzen und die Matrizen anpassen, bekommen wir für Zkl und $\times$Zkl

$$\begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & \underline{1.3} \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.1 & \underline{3.2} & 3.3 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & \underline{2.3} \\ 2.1 & \underline{2.2} & 1.3 \\ 3.1 & \underline{3.2} & 3.3, \end{array}$$

d.h. in der Matrix von $\times$Zkl hat eine Austauschtransformation (1.3) $\rightleftarrows$ (2.3) stattgefunden. Ferner erhalten wir für Zkl^{-1} und $\times\,\mathrm{Zkl}^{-1}$

$$\begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & \underline{3.2} \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.1 & \underline{1.3} & 3.3 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & \underline{2.2} & 3.2 \\ 1.3 & \underline{2.3} & 3.3. \end{array}$$

Wie man leicht für alle übrigen neun Zeichenklassen nachprüfen kann, bleibt immer mindestens ein Element von S konstant und es werden also maximal zwei Subzeichen paarweise ausgetauscht, d.h. transponiert, so daß die restlichen Einträge der Matrizen also nicht tangiert werden. Die die Belegungen der semiotischen Matrizen durch die Zeichenklassen, d.h. die Abbildungen der letzteren auf erstere, bijektiv ist, ist also auch die Abbildung jedes Quadrupels von Zeichenrelationen auf ein Quadrupel von Matrizen mit Positionskonstanz der Zeichenzahlen bijektiv.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

7.12.2014